第10講　順列

§1 順列

要点整理 と 公式

要点1 順列

「順列」… いくつかのものを，順序をつけて１列に並べたもの。

4 個の数字 1，2，3，4 から異なる 3 個を選んで，3 桁の数を作る順列の総数を考える。

百の位から順に決めていくと，

① 百の位の数は 1，2，3，4 の 4 通り

② 十の位は，①の数にかかわらず，①の数以外の 3 通り

③ 一の位は，①，②の数にかかわらず，①，②の数以外の 2 通り

である。よって，積の法則により　$4\times3\times2=24$（通り）である。

このように，異なる n 個のものから，異なる r 個を取って並べる順列を，

「n 個のものから r 個取る順列」といい，その総数を「　　　」で表す。

上の総数は　${}_4\mathrm{P}_3$ と表され，${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=24$ である。

■ **順列の総数**　${}_n\mathrm{P}_r$

$${}_n\mathrm{P}_r=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点❷ 階乗

異なる n 個のものをすべて並べる順列は，

$${}_nP_n=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\ 3\cdot 2\cdot 1$$

と表される。これを n の「階乗」といい，記号＿＿＿で表す。

■ 階乗 n!

$$n!=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\ 3\cdot 2\cdot 1$$

※ ${}_nP_r$ は，階乗を使って $\dfrac{n!}{(n-r)!}$ と表される。

0! =1　と定めると，この等式は $r=n$ のときも成り立つ。

また，$r=0$ のときも成り立つように ${}_nP_0=1$ と定める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の値を求めよ。

(i)　${}_4P_3$　　(ii)　${}_7P_1$　　(iii)　$3!$　　(iv)　$5!$

(2)　次のものの総数を求めよ。

(i)　5人の生徒から2人を選んで1列に並べるときの並べ方。

(ii)　NUMBERという単語のうち6個の文字を全部使ってできる文字列。

Point Pickup

順列の総数

「　　　　　」n 個のものがあるとき

①　そこから「　　　　　」r 個のものを選んで並べる順列の総数は

$\underline{\qquad\qquad} = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\ \cdots\cdots(n-r+1)$

②　n 個のものを「　　　　　」並べる順列の総数は

$\underline{\qquad\qquad} = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 順列の利用

要点整理 と 公式

要点3 役割を持たせる

10 人の委員の中から，委員長，副委員長，書記 1 人ずつを選ぶ方法は何通りあるかを考える。

委員長の決め方は　10 通り

副委員長の決め方は，委員長に選んだ人を除く　9 通り

書記の決め方は，委員長，副委員長に選んだ人を除く　8 通り

よって，積の法則により　$10\times9\times8=720$（通り）である。

ここで，$10\times9\times8=$ ＿＿＿＿ であることから，

10人の委員の中から，委員長，副委員長，書記を選ぶ方法は，

10人の中から 3 人選ぶ「　　　　」の総数に等しい。

要点4 制限があるとき

1，2，3，4，5の 5 個の数字から，異なる 3 個の数字を選んで，3 桁の整数を作るとき，

偶数は何個作れるかを考える。

ある整数が偶数であるとき，その「　　　の位」が偶数でなければならない。

その選び方は 2，4 の ＿＿＿ 通りである。

百，十の位の選び方は，残り ＿＿＿ 個の数字から ＿＿＿ 個選ぶ順列の総数に等しく，

＿＿＿＿ 通りである。

よって，積の法則により ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ (個)作ることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

⑴　1 から 7 までの数字が 1 つずつ書かれた 7 枚のカードのうち，3 枚を選んで A，B，Cの 3 人に 1 枚ずつ配るとき，配り方の総数は何通りあるか。

⑵　6個の数字 0，1，2，3，4，5 の中から異なる 4 個を使ってできる 4 桁の奇数は何個あるか。

⑶　男子 3 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，両端が男子になるような並び方は何通りあるか。

Point Pickup

「役割を持たせる」こと

例えば 5 人の生徒から2人選んで 1 列に並べる，というのは，

5人から 2 人選んで，その 2 人に 1，2 という番号を与えるのと同じ。

つまり，選んだものに何か異なる「役割」を与えるときの場合の数を求めるには，

「順列」の総数を求めればよい。

特別操作

順列を考えるとき，ある場所に「制限」があるときは，

その部分の場合の数を「　　　　　」考える。

その後，制限がない部分の順列を考え，「積の法則」で答えを求める。

※制限がある部分で何を選ぶかで，その後の順列の総数が変わる場合は，

「場合分け」を行う必要がある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 円順列

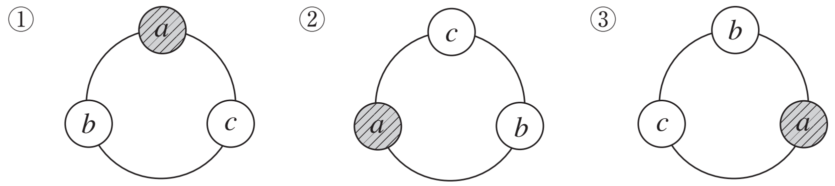
要点整理 と 公式

要点5 円順列

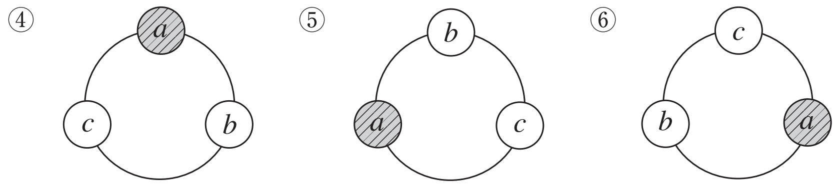
「円順列」… いくつかのものを「　　　　」に並べる順列。

円順列では，回転すると一致する並び方は同じ並び方，と考える。

例えば，3 個の文字 a，b，c を円形に並べるとき，以下の①，②，③は，円順列としては同じ並べ方であり，a に注目し a から反時計回りに文字を追っていくと，すべて abc である。



同様に，以下の④，⑤，⑥は，円順列としては同じ並べ方である。



①～③，④～⑥の代表として①と④に注目すると，①と④の違いは b と c の並び順の違いである。

つまり，ある文字 a をある場所に＿＿＿＿し，＿＿＿＿の 2 つの文字 b，c ＿＿＿＿＿＿＿＿ことで，円順列の総数を求めることができる。

つまり，3 文字 a，b，c の円順列は　$2!=2$（通り）である。

一般に次のことがいえる。

■ 円順列の総数

異なる n 個のものの円順列の総数は ＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　A，B，C，D，E の 5 人が円形に並ぶとき，次のものを求めよ。

(i)　並び方の総数　　(ii)　A と B が隣り合う並び方の総数

(2)　異なる 6 個の球をつなげて首飾りを作ると何通りできるか。

Point Pickup

円順列

$\Longrightarrow$　あるものを「　　　　」し，残りのものの順列を考える。

隣り合うときの順列

$\Longrightarrow$　隣り合うものを「　　　　　　　」とみなして順列を考える。

その後，隣り合うもの同士の順列を考え，積の法則で求める。

じゅず順列

$\Longrightarrow$　円順列において，裏返すと同じになるものを同じ並び方とみなすとき，

その順列を「じゅず順列」という。

異なる n 個のもののじゅず順列の総数は

＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

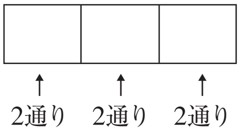
§4 ▶ 重複順列

要点整理 と 公式

要点6 重複順列

同じものを「重複を許す」(同じものを繰り返し使ってもよい)ときの順列を考える。

a，b の 2 文字から，重複を許して 3 個選ぶ順列について



1 番目の選び方は，a，b の 2 通り

2 番目の選び方は，a，b の 2 通り

3 番目の選び方は，a，b の 2 通り

よって，並べ方の総数は，積の法則により　$2\times2\times2=8$(通り)

このように，重複を許してできる順列を「　　　　　　」という。

重複を許しているので，どの場所も a，b の 2 通りであり，その積は「　　　　」を使って表すことができる。上の例では，3 個選ぶので $2\times2\times2=2^3$ と表せる。

一般に次のことがいえる。

■ **重複順列の総数**

異なる n 個から r 個取る重複順列の総数は ＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　5問の問題の解答を○か×で答えるとき，5問の○，×の答え方は何通りあるか。

(2)　0，1，2，3の4個の数字を，重複を許して使って整数を作るとき，次のような整数は何個できるか。

(i)　4桁の整数　　　(ii)　4桁の偶数

Point Pickup

重複順列

$\Longrightarrow$　異なる n 個（n 種類）のものから，重複を許して r 個取る順列は

$n \times n \times \cdots\cdots \times n =$ ＿＿＿（通り）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講 確認テスト

1 6 人の生徒から 3 人選んで1列に並ぶとき，並び方の総数は $_{\boxed{ア}}P_{\boxed{イ}}=$ ［ウエオ］（通り）である。

2 (1) 8 人の委員の中から，委員長，副委員長，書記，会計を 1 人ずつ選ぶ方法は ［カキクケ］ 通りある。

(2) 5 個の数字 1，2，3，4，5 から異なる 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，偶数が何通りあるか求める。

一の位は ［コ］ 通り，百と十の位は残った 4 個の数字から 2 個選ぶ順列で ［サシ］ 通りである。

よって，3 桁の偶数は ［スセ］ 通りある。

3 A，B，C，Dの4人が円形に並ぶとき，並び方の総数は ［ソ］ 通り，CとDが隣り合う並び方の総数は ［タ］ 通りある。

4 5個の数字 0，1，2，3，4 から，重複を許して使って整数を作るとき，4 桁の奇数は ［チツテ］ 通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　順列

1

(1)　(i)　${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$　　(ii)　${}_7P_1=7$

(iii)　$3!=3\cdot2\cdot1=6$　　(iv)　$5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$

(2)　(i)　${}_5P_2=5\cdot4=20$(通り)　　(ii)　$6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$(通り)

2

(1)　7 枚のカードから 3 枚選ぶ順列の総数に等しい。

よって　${}_7P_3=7\cdot6\cdot5=210$(通り)

(2)　ある整数が奇数であるのは，その一の位が奇数のときである。

よって，一の位は 1，3，5 の 3 通り

そのそれぞれに対し，千の位は，0を除いた 4 通り。

百，十の位は，残り 4 個の数字から2 個選ぶ順列で　${}_4P_2$通り

よって　$3\times4\times{}_4P_2=3\times4\times4\cdot3=144$(個)

(3)　男子 2 人が両端に並ぶ並び方は　${}_3P_2$　通り

そのそれぞれに対し，残り 3 人の並び方は　3!　通り

よって　${}_3P_2\times3!=3\cdot2\times3\cdot2\cdot1=36$(通り)

3

(1)　(i)　Aを固定すると，求める場合の数は残りの 4 人の順列である。

よって　$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$(通り)

(ii)　AとBをまとめて 1 組と考えて，この 2 人を固定する。

残り 3 人の順列は　3!　通り

1 組と考えた 2 人の並び方は　2!　通り

よって，求める場合の数は　$3!\times2!=3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=12$(通り)

(2)　異なる 6 個の球を円形に並べる方法は　5!　通り

これを首飾りにしたとき，裏返すと同じ並び方になるものが 2 通りずつある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，求める場合の数は　$\dfrac{5!}{2}=\dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2}=60$（通り）

4

(1)　問題ごとの答え方はそれぞれ○，×の 2 通り。

よって，求める場合の数は　$2^5=32$（通り）

(2)　(i)　千の位は 1~3 の 3 通り

残りの位の決め方は　4^3　通り

よって，求める個数は　$3\times4^3=192$（個）

(ii)　千の位は 1~3 の 3 通り

一の位は 0，2 の 2 通り

残りの位の決め方は　4^2　通り

よって，求める個数は　$3\times2\times4^2=96$（個）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　確認テスト

1 6人の生徒から3人選んで1列に並ぶとき，並び方の総数は$_{\boxed{ア}}P_{\boxed{イ}}=$ ウエオ (通り)である。

2 (1) 8人の委員の中から，委員長，副委員長，書記，会計を1人ずつ選ぶ方法は カキクケ 通りある。

(2) 5個の数字1，2，3，4，5から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき，偶数が何通りあるか求める。

一の位は コ 通り，百と十の位は残った4個の数字から2個選ぶ順列で サシ 通りである。

よって，3桁の偶数は スセ 通りある。

3 A，B，C，Dの4人が円形に並ぶとき，並び方の総数は ソ 通り，CとDが隣り合う並び方の総数は タ 通りある。

4 5個の数字0，1，2，3，4から，重複を許して使って整数を作るとき，4桁の奇数は チツテ 通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1　ア　6　　イ　3　　ウ　1　　エ　2　　オ　0

2　(1)　カ　1　　キ　6　　ク　8　　ケ　0

　　(2)　コ　2　　サ　1　　シ　2　　ス　2　　セ　4

3　ソ　6　　タ　4

4　チ　2　　ツ　0　　テ　0

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。